

旋转光滑直通道湍流流动二维热线实验

由儒全¹, 李海旺^{1,2}, 魏 宽¹, 陶 智^{1,2}, 徐国强¹

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院 航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 采用二维热线测量了旋转光滑直通道内不同流向位置上的平均速度和雷诺应力。实验结果表明:较高的当地旋转参数使得旋转对平均速度的影响区域扩大并且导致了前缘面附近湍流流动的再层流化。后缘面附近无量纲主流平均速度型严格按照旋转数顺序依次排列,且在对数律区呈现对数律分布。与此同时,所有无量纲雷诺应力分量在后缘面附近基本不受旋转影响。再层流化导致了前缘面附近无量纲主流平均速度型无法在对数律区维持对数律分布,且所有雷诺应力分量都随着旋转数和流向位置半径增大不断衰减;经过 $u-v$ 象限分析,再层流化现象的直接原因被归于湍流脉动生成减少。

关 键 词: 旋转通道; 二维热线; 当地旋转参数; 平均速度; 雷诺应力; 再层流化

中图分类号: V231.1

文献标志码: A

Experiment of turbulent flow in rotating smooth channel using two-dimensional hotwire

YOU Ruquan¹, LI Haiwang^{1,2}, WEI Kuan¹, TAO Zhi^{1,2}, XU Guoqiang¹

(1. National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine
Aero-thermodynamics, School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: The averaged velocities and Reynolds stresses were measured at different streamwise positions of a rotating smooth channel with two-dimensional hotwire. The results revealed that: the relatively high local rotation parameter expanded the influence region of rotation on the averaged velocity and induced the relaminarization of the turbulent flow near the leading side. The normalized averaged velocity profiles near the trailing side were strictly arranged in the rotation number order, and presented a logarithmic distribution in the log-law region. Meanwhile, all normalized Reynolds stress components were immune to rotation near the trailing side. Owing to the relaminarization, the normalized averaged velocity profiles near the leading side cannot maintain the logarithmic distribution in the log-law region, and all Reynolds stress components decayed with the growing rotation number and radius of the streamwise position. With the $u-v$ quadrant analysis, the immediate reason of the relaminarization was attributed to the reduction of the generation of turbulent fluctuation.

Key words: rotating channel; two-dimensional hotwire; local rotation parameter; averaged velocity; Reynolds stress; relaminarization

收稿日期:2016-12-06

基金项目:国家自然科学基金(51541605)

作者简介:由儒全(1991—),男,博士生,主要从事涡轮叶片内冷通道流场实验研究。

引用格式:由儒全,李海旺,魏宽,等. 旋转光滑直通道湍流流动二维热线实验[J]. 航空动力学报,2017,32(7):1577-1584. YOU Ruquan, LI Haiwang, WEI Kuan, et al. Experiment of turbulent flow in rotating smooth channel using two-dimensional hotwire[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(7):1577-1584.

随着现代航空燃气涡轮发动机的涡轮前温度不断提高,涡轮叶片的冷却问题越来越受到关注。国内外针对涡轮叶片转子内部冷却通道的换热问题已经开展了大量的研究^[1-3]。由于换热特性大多数与流动特性耦合变化,忽略流场信息而单纯研究换热特性将在很大程度上影响对换热特性的预测。同时总有一些换热问题由于数据不足无法解释,比如,临界旋转数问题^[4]。为了更深入地理解旋转冷却通道的换热,有必要获得旋转状态下详细的通道流场信息。另外,随着计算机技术的不断发展,三维 CFD 模拟逐渐成为涡轮叶片内冷通道设计的重要工具。决定三维 CFD 模拟准确性的一个关键因素是湍流模型的选取。对于旋转通道湍流而言,由于哥氏力、离心力的作用,使其具有完全不同于静止通道湍流的特性,比如,通道前缘面由于旋转被推迟边界层转捩,而后缘面边界层转捩则被提前^[5]。因此,获得旋转通道内部详细的湍流流场信息,并且在此基础上针对旋转通道湍流建立专门的湍流模型是必要的。

自从 Johnston 等人^[6]最早通过实验测量旋转通道内部流场。学者们已经采用多种实验技术对旋转通道流场进行测量,比如,PIV (particle image velocimetry)^[7], LDV (laser Doppler velocimetry)^[8],热线^[5]等。但是,PIV 和 LDV 测量旋转通道流场存在两个问题:一是由于这两种方法都采用了激光,因此在壁面附近都会存在激光反射或者散射,从而导致了壁面附近流场无法准确测量。二是由于 PIV 和 LDV 设备体积较大,不能跟随实验通道旋转,因此只能通过测量旋转通道内流体的绝对速度减去被测位置处的迁移速度算出流体的相对运动速度。Di Sante 等人^[7]指出采用这种方式测量相对速度将会导致不确定度远远高于直接测量,尤其是测量边界层内相对速度较低的流动的情况。由于热线测量不需要采用激光,并且可以解决设备体积较大的问题,因此可以避免上述两个问题。另外,热线具有高空间分辨率、高时间分辨率的优点,对于湍流测量具有独特的优势。

Koyama 等人^[5]最早采用一维热线探头对旋转状态下高宽比为 7 : 1 的光滑直通道内某一固定流向位置展向中心线上的层流以及湍流流动进行了测量,并对湍流边界层对数律进行了初步旋转修正。Nakabayashi 和 Kitoh^[9]采用一维热线探头测量了旋转状态下高宽比为 8 : 1 的光滑直

通道内充分发展的湍流流动。在对旋转通道湍流边界层内流体所受作用力进行量级分析的基础上,对边界层进行了分层,并且给出了各个分层的速度型关系式。Nickels 和 Joubert^[10]对所获得的一维热线探头实验数据进行了整理,修正了旋转通道边界层对数律,使其能够适用于不同的宽高比、流向压力梯度情况。总的来说,采用一维热线探头研究旋转通道湍流的主要对象是湍流边界层速度型及其关系式旋转修正。

为了获得更加丰富的旋转通道内湍流信息,一些学者采用了二维热线探头进行测量。Watmuff 等人^[11]首次采用二维热线探头测量了旋转状态下高宽比为 4 : 1 的光滑直通道内 5 个流向位置展向中心线上湍流边界层部分雷诺应力分量的分布,并且获得了后缘面附近二次流流场。Macfarlane 和 Joubert^[12]采用二维热线探头测量了旋转状态下不同宽高比(4 : 1, 2 : 1, 1 : 1)的光滑直通道内 4 个流向位置展向中心线上湍流边界层部分雷诺应力分量的分布,以便研究宽高比对旋转通道湍流边界层雷诺应力的影响。随后,为了研究宽高比对二次流的影响,Macfarlane 等人^[13]采用二维热线探头测量了旋转状态下不同宽高比(4 : 1, 2 : 1, 1 : 1)的光滑直通道内二次流流场。Nakabayashi 和 Kitoh^[14]采用二维热线探头测量了旋转状态下高宽比为 8 : 1 的光滑直通道内充分发展的湍流流动。他们从雷诺应力分量分布、湍流脉动象限分布、脉动能谱分布等角度对旋转通道湍流进行了详细描述。

综上所述,采用热线探头,不论是一维探头还是二维探头,研究旋转通道湍流流动已经得到开展。但是,由于实验难度较大,开展并不充分,存在一些不足之处,比如,被测旋转通道湍流当地旋转参数 R_c ($R_c = \Omega\nu/U_\tau^2$) 偏小(最大仅为 0.007)。其中, R_c 的物理意义是哥氏力与黏性力之比。 Ω 代表转速, ν 代表运动黏度, U_τ 代表壁面剪切速度。

本文的目的是采用 X 型二维热线研究在较大的 R_c (最大为 0.014) 条件下,旋转光滑直通道内湍流流动较之较小的 R_c 工况将会发生什么变化。为此,本文所选择的实验工况是雷诺数 $Re = U_m D/\nu = 19000$, 旋转数 $R_o = \Omega D/U_m = 0 \sim 0.362$ 。此处, U_m 代表通道入口主流平均速度, D 代表通道水力直径。

1 实验装置与测试技术

1.1 实验台与实验段

图 1 展示的是本文所采用的旋转通道流动换热综合实验台。由涡旋气泵 (RHG-520) 提供的空气流通过旋转接头进入实验台之前,首先经过 LZB-50 型浮子流量计,以便进行流量测量。之后,空气流沿实验台空心轴内管道向上流动,经整流段整流之后最终进入实验段。

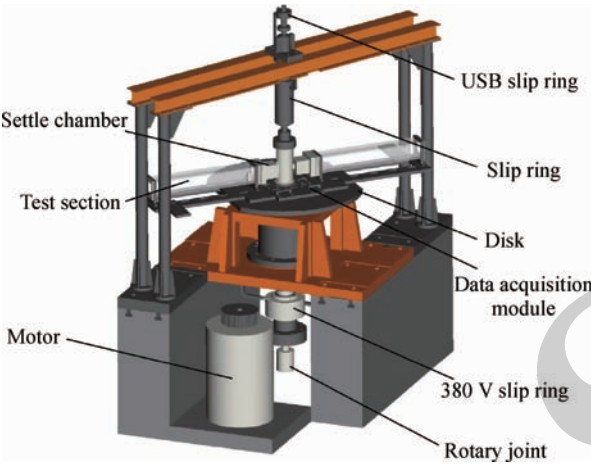


图 1 实验台
Fig. 1 Experimental rig

图 2 展示的是实验段的几何图。实验段入口距离轴线为 211 mm,实验段横截面为 80 mm × 80 mm。图中定义了旋转坐标系、通道旋转方向及所对应的前缘面与后缘面、气流方向、热线测点位置以及绊线位置。由于整流段在保证实验段入

口均匀来流的同时将来流湍流度控制在了 1% 以下,然而低湍流度将会导致通道入口边界层转换推迟,为了保证热线所测边界层为湍流边界层,因此在通道入口附近布置了绊线,从而促进边界层转换提前。

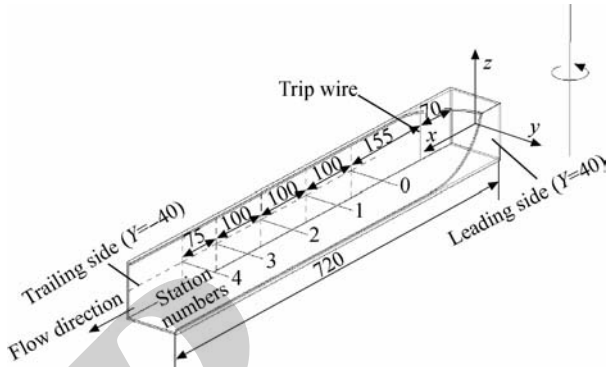


图 2 实验段几何图(单位:mm)
Fig. 2 Geometry graph of experimental section (unit: mm)

1.2 二维热线测试技术

1.2.1 热线测试通路

采用热线测量流场必须在线测量,因此在旋转条件下进行热线测量必须首先解决在保证信号不失真的前提下如何实现信号转静传递的问题。为了解决这一问题,本文选用了 MiniCTA(微型恒温热线风速仪),从而实现了热线电桥电路小型化,以便将电桥电路置于旋转端。另外,为了保证信号不失真,首先采用 A/D(ahalog/digital)转换电路将热线信号数字化,然后将数字化的信号通过滑环传递到静止端的计算机上,如图 3 所示。

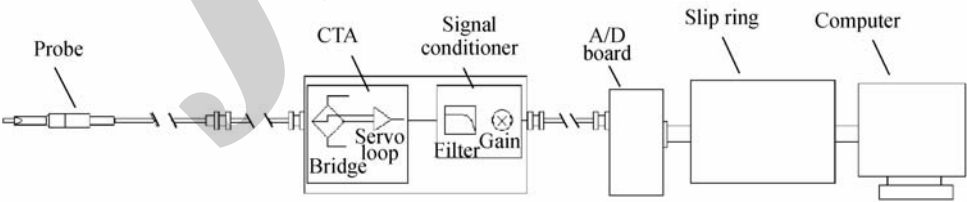


图 3 热线测量通路
Fig. 3 Hotwire measuring chain

1.2.2 热线探头安装

图 4 为 X 型二维热线探头的安装图。探头直接安装在短探头支杆上,而短探头支杆则通过一个自制的带 93°斜角的延长支杆安装在通道壁面的定位圆孔上。另外,延长支杆被紧固在通道外的位移机构(精度为 0.002 mm)上,从而实现探头沿垂直壁面的方向平移。采用带 93°斜角的延长支杆的目的有两个:一是保证探头支杆从待测位置下游伸

入通道,从而最大程度地降低探头及其支杆对被测流动的干扰;二是在保证来流方向在探头接受角范围内的前提下,尽可能地使得探头贴近壁面。

1.2.3 热线探头标定

热线探头标定是利用 Dantec 公司 Streamline Pro Automatic Calibrator 实现的。为了标定探头,需要将探头安装在一个可以调整探头角度 α 的装置上,从而实现从角度以及速度两个维度

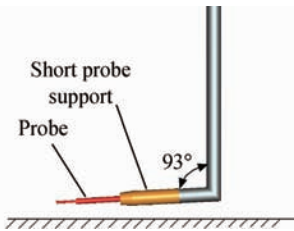


图 4 探头安装图
Fig. 4 Setup of probe

对探头进行标定,标定曲线如图 5 所示。获得标定曲线之后,可以将实验过程中测得的电压信号转换成速度信息。本文通过查询矩阵法(look-up matrix method)实现这一转换,具体算法详见参考文献[15]。

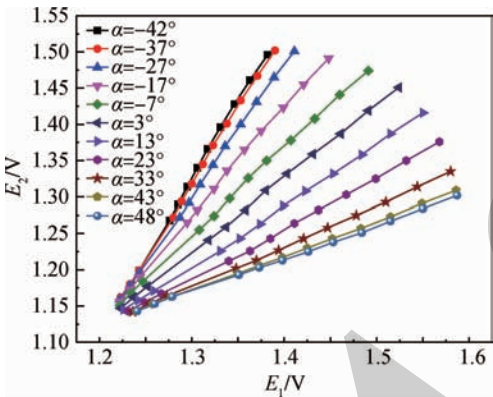


图 5 探头标定曲线
Fig. 5 Calibration curves of probe

1.2.4 壁面切应力测量

为了实现湍流边界层流场无量纲分析,需要解决探头与壁面间距以及当地壁面切应力如何确定的问题。文献[16]中采用一维热线探头在本文所选取的测量位置上测量过本文所选工况下的流场,并且采用线性底层速度梯度法获得了相应的壁面切应力^[16]。因此,本文直接采用了文献[16]中的相应的壁面切应力数据。

2 实验结果与分析

2.1 主流平均速度分布

图 6 展示的是从测点 1 到测点 3 上的静止壁面(stationary)、前缘面(在图例中标记为“L”)、后缘面(在图例中标记为“T”)附近 U^+ 的分布,其中 $U^+ = U/U_\tau$, U 为速度。不难发现,静止壁面附近无量纲平均速度型在对数律区并不能够完全与标准对数律吻合。这可能是由两个方面原因所导致:一是由于壁面剪切速度测量存在误差;二是因为标准对数律(log law)是针对零压梯度边界层

所得到的,而本文研究的通道入口段边界层存在正压梯度。

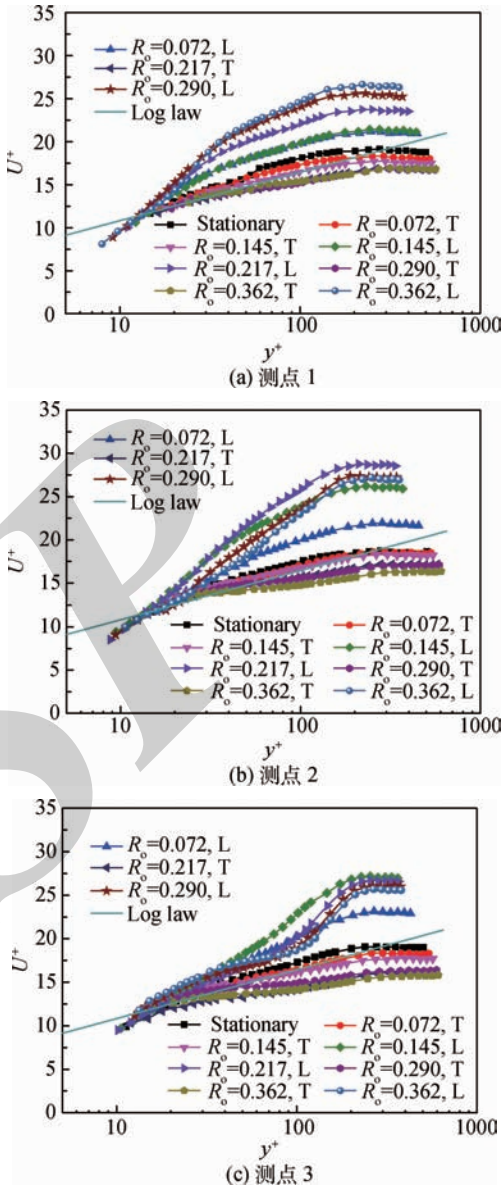


图 6 不同流向位置 U^+ 分布
Fig. 6 Distribution of U^+ at different streamwise positions

另外,从图 6 中可以看到,旋转对平均速度型产生影响的区域存在一个下限,这一点与前人的结论是一致的,所不同的是下限的 y^+ 值。Macfarlane 和 Joubert^[12] 所测得的下限的 y^+ 值为 40 左右,而本文所测得的仅为 12 左右。造成这一差异的根本原因是当地旋转参数 R_o 不同。Nakabayashi 和 Kitoh^[9] 发现哥氏力入侵深度,即旋转影响区域下限的 y^+ 值,与 R_o 的绝对值呈反比关系。也就是说,本文所测得的旋转影响区域下限小于其他实验是由于本文实验工况具有较高的 R_o 。由于篇幅原因,表 1 仅列出了本文部分工况的 R_o 。

旋转对前缘面和后缘面附近主流平均速度型的影响截然不同。后缘面附近无量纲主流平均速度型总体低于静止壁面,而前缘面附近无量纲主流平均速度型则总体高于静止壁面。这主要是前缘面壁面剪切速度小于静止壁面,而后缘面壁面剪切速度大于静止壁面所导致的。另外,所有流向位置上后缘面附近主流平均速度型基本上是严格按照旋转数的顺序依次排列,而且在对数律区基本上能够呈现对数律分布。然而,前缘面附近主流平均速度型基本上不符合上述规律,其排列可能出现交错,且在对数律区未必能够维持对数分布。造成这一不同的原因将在下文中介绍。

表 1 测点 2 实验工况

Table 1 Experimental conditions at station 2				
转速/(r/min)	位置	Re	R_o	R_c
0	Stationary	19 000	0	0
	T	19 000	0.072	0.001 2
30	L	19 000	-0.072	-0.001 6
	T	19 000	0.145	0.002 3
60	L	19 000	-0.145	-0.004 9
	T	19 000	0.217	0.003 1
90	L	19 000	-0.217	-0.008 9
	T	19 000	0.290	0.004 0
120	L	19 000	-0.290	-0.011 5
	T	19 000	0.362	0.004 7
150	L	19 000	-0.362	-0.013 6

2.2 雷诺应力分布

采用探头测量湍流边界层流动可以获得边界层内 3 个无量纲雷诺应力分量 ($\langle uu \rangle/U_\tau^2$, $\langle vv \rangle/U_\tau^2$, $\langle ww \rangle/U_\tau^2$) 的分布。图 7 展示了从测点 1 到测点 3 上的静止壁面、前缘面以及后缘面附近 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 的分布。根据 Kim 等人^[17]采用 DNS (direct numerical simulation) 获得的静止壁面湍流边界层的 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 分布曲线在 $y^+ = 13$ 处存在一个尖峰,峰值为 7.0。由于通道入口段边界层较薄,而探头尺寸较大,因此在静止壁面附近无法捕捉到尖峰(下游测点 3 除外)。可是,从现有的结果对比来看,本文所测得的雷诺应力数据是可靠的。

不难发现,后缘面与静止壁面附近 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 的分布大体上重合,而前缘面附近则完全不同。前缘面附近的 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 曲线随着旋转数以及流向位置旋转半径的增大而不断减小,呈现出湍流脉动衰减的现象。另外,沿着流向 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 曲线

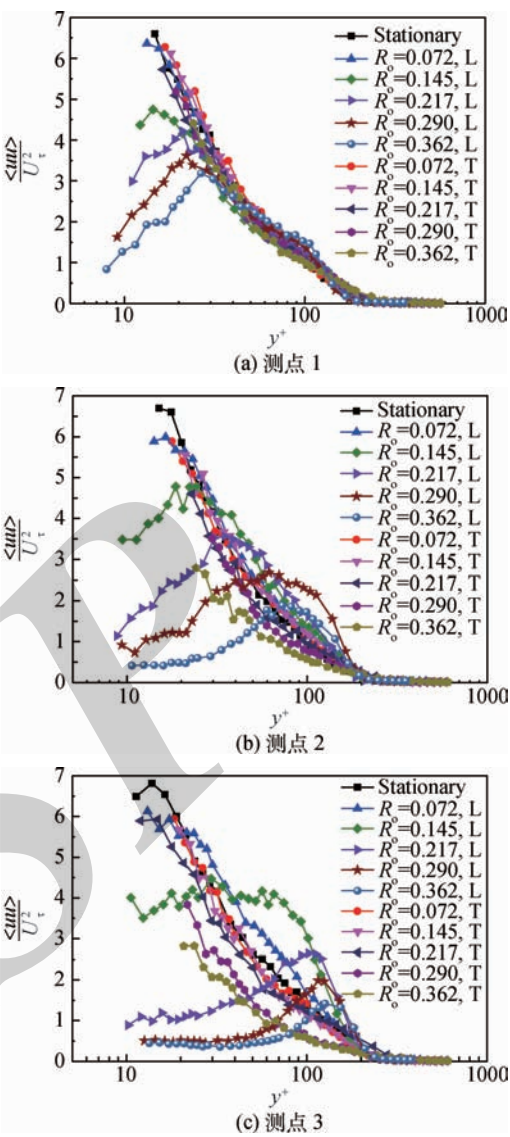


图 7 不同流向位置 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 分布
Fig. 7 Distribution of $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ at different streamwise positions

的尖峰呈现出远离壁面的趋势。这些现象在前人的大多数研究中鲜有提及,仅有 Nakabayashi 和 Kitoh^[9]发现了湍流脉动衰减的苗头。究其原因仍然可以归结为本文实验工况具有较高的 R_c 。Nakabayashi 和 Kitoh^[9]发现湍流脉动开始衰减的实验工况是前人研究中 R_c 最高的工况 ($R_c = 0.007$)。Nakabayashi 和 Kitoh^[9]将前缘面附近湍流脉动衰减的现象称为再层流化。除了 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 以外,本文在 $\langle vv \rangle/U_\tau^2$ 和 $\langle uv \rangle/U_\tau^2$ 的分布中同样发现了再层流化现象。

图 8 和图 9 分别展示了从测点 1 到测点 3 上的静止壁面、前缘面以及后缘面附近 $\langle vv \rangle/U_\tau^2$ 及 $\langle ww \rangle/U_\tau^2$ 的分布。尽管 $\langle vv \rangle/U_\tau^2$ 在量级上比 $\langle uu \rangle/U_\tau^2$ 小,但是其随旋转数以及流向位置变化的

规律与 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 极其相似。这一方面说明湍流法向脉动较之流向脉动小,另一方面说明旋转对雷诺正应力分量的作用方式相似。

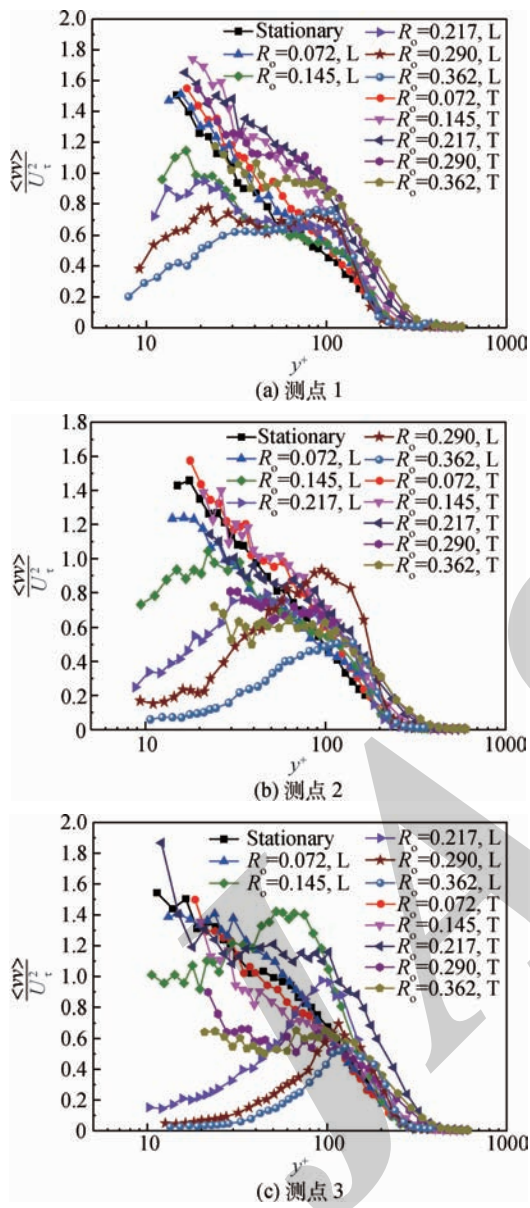


图 8 不同流向位置 $\langle vv \rangle / U_\tau^2$ 分布
Fig. 8 Distribution of $\langle vv \rangle / U_\tau^2$ at different streamwise positions

对于 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 而言,其符号与雷诺正应力分量相反,这与湍流生成过程中脉动速度分量 u 和 v 符号总是相反相关。与雷诺正应力分布相似的是,再层流化过程同样对 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 产生了影响,而且影响规律是相似的,即后缘面附近 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 受旋转数影响较小,而前缘面附近 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 随着旋转数以及流向位置半径增长逐渐衰减,衰减过程中,峰值出现远离壁面倾向。但是本文获得的静止壁面附近 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 分布与文献[18]中获得

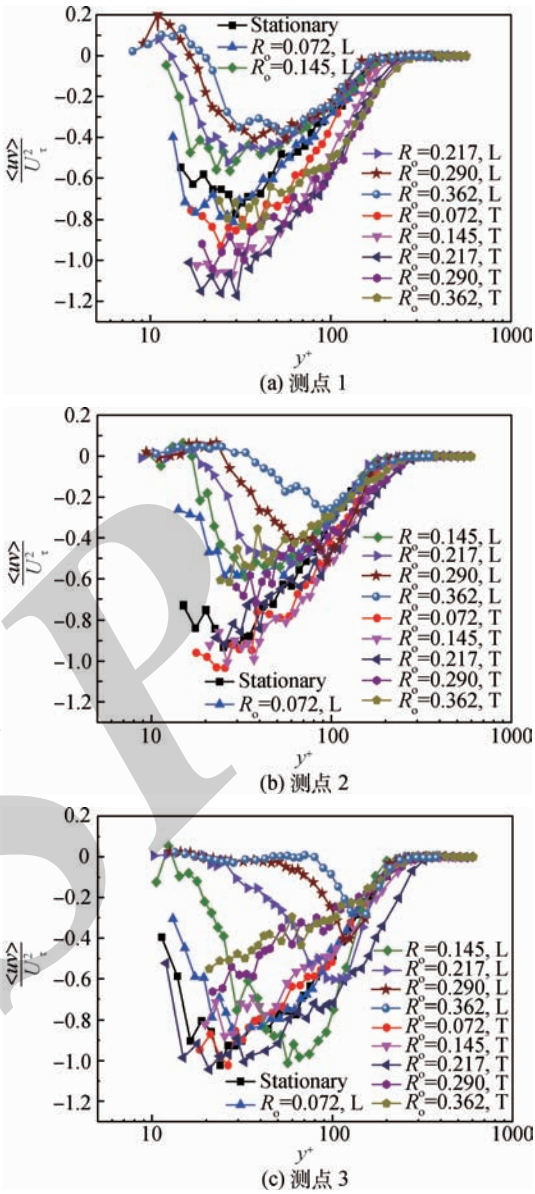


图 9 不同流向位置 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 分布
Fig. 9 Distribution of $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ at different streamwise positions

的有些不同。文献[18]中获得的 $\langle uv \rangle / U_\tau^2$ 在 $20 < y^+ < 100$ 的区域内基本维持在 -0.9 左右,而对于本文静止壁面情况,虽然的确在 $y^+ = 20$ 的区域附近达到了 -0.9 左右的最低值,但是这段最低值并未维持到 $y^+ = 100$ 。究其原因,可能是因为本文所测的流动属于通道入口段边界层,其以边界层厚度为特征长度定义的雷诺数 Re_δ 较之前人工况较小,整个边界层厚度 y^+ 为 200 左右。

在发现前缘面附近湍流流动再层流化现象之后,可以用它解释前缘面主流平均速度型出现的异常现象:由于再层流化使得前缘面附近流动湍流输运能力下降,无法提供在对数律区维持对数律所需的剪切力,从而导致主流平均速度型在对

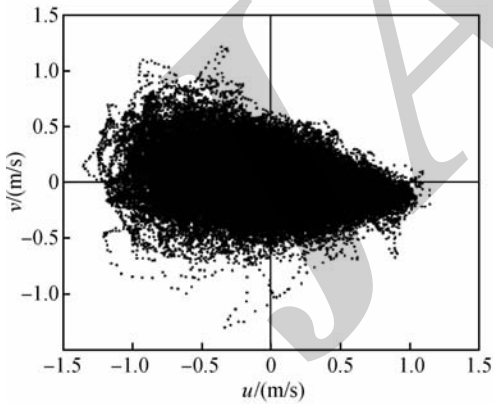
数律区下陷,继而导致了主流平均速度型的交错。

2.3 脉动速度象限分析

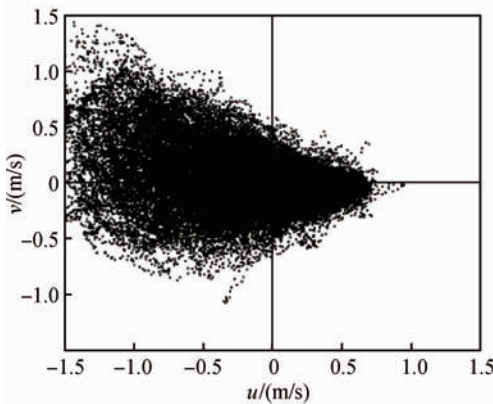
脉动速度象限分析是将边界层内某一固定位置上一段时间内获得的脉动速度采样绘制在 $u-v$ 样本空间内,并且根据样本在不同象限的分布情况,判断这一固定位置上湍流生成情况。

根据文献[19]对于拟序结构与边界层湍流脉动动能生成之间关系的研究可知,在 $10 < y^+ < 30$ 之间区域发生的所谓喷射现象(ejection)以及扫掠现象(sweep)是湍流生成工程中的两个重要事件。而这两个重要事件的一个共同特征是它们所导致的脉动速度分量 u 和 v 的符号不同,即分布在 $u-v$ 样本空间中的第二和第四象限内。

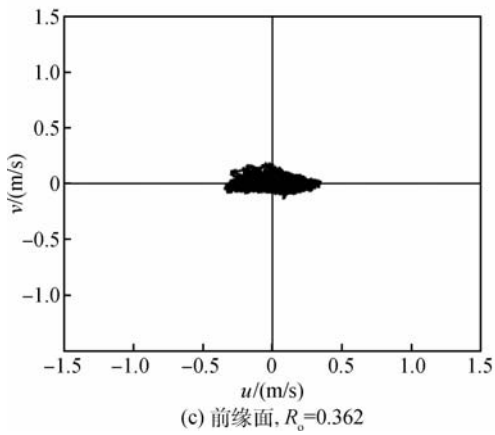
图 10 展示了测点 3 处 $y^+ = 20$ 的位置上,不同旋转条件下湍流脉动速度在 $u-v$ 样本空间中的分布情况。可以明显看到,较之静止情况,后缘面附近湍流脉动速度在第二象限分布概率明显增大,而在第四象限分布概率明显减小。这表明哥氏力不稳定性对于后缘面被测位置处的喷射现象发生能够起到促进作用,而对扫掠现象反而起到了抑制作用。由于喷射和扫掠是共生共灭的,可以解释这一反差的原因只能是两种现象发生的位置与壁面之间的距离不同。



(a) 静止壁面



(b) 后缘面, $R_0=0.362$



(c) 前缘面, $R_0=0.362$

图 10 不同旋转条件下脉动速度分布
(测点 3, $y^+ = 20$)

Fig. 10 Distribution of the fluctuating velocities under different rotation conditions (station 3, $y^+ = 20$)

而前缘面附近湍流脉动则由于再层流化,脉动速度大幅减小,并且在四个象限分布较之静止情况更加均匀,也就是湍流脉动生成事件概率较之静止情况减少。尽管,Bradshaw^[20]已经指出旋转使得前缘面附近流动趋于稳定,这是再层流化的根本原因。但是,图 10(c)表明再层流化现象的直接原因可能是湍流脉动生成减弱。

3 结 论

- 1) 较高的当地旋转参数引起了旋转影响区域下限的 y^+ 值较之前人数据下降。
- 2) 后缘面无量纲主流平均速度型严格按照旋转数顺序依次排列,且在对数律区呈现对数律分布。前缘面无量纲主流平均速度型无法符合上述规律。
- 3) 所有无量纲雷诺应力分量在后缘面附近基本不受旋转影响,在前缘面附近参数则由于较高的当地旋转随着旋转数和流向位置半径增大不断衰减。
- 4) 根据脉动速度象限分析,湍流脉动生成活动在后缘面附近增强,前缘面附近减弱。

参考文献:

[1] YANG W J,ZHANG N,CHIOU J. Local heat transfer in a rotating serpentine flow passage[J]. Journal of Heat Transfer,1992,114(2):354-361.
[2] HAN J C,ZHANG Y M,KALKUEHLER K. Uneven wall temperature effect on local heat transfer in a rotating two pass square channel with smooth wall[J]. Journal of Heat Transfer,1993,115(4):912-920.
[3] PARSONS J A,HAN J C,ZHANG Y M. Effects of model

- orientation and wall heating condition on local heat transfer in a rotating two pass square channel with 90° rib turbulators[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1995, 38(7): 1151-1159.
- [4] DENG H W, QIU L, TAO Z, et al. Heat transfer study in rotating smooth square U-duct at high rotation numbers[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013, 66(11): 733-744.
- [5] KOYAMA H, MASUDA S, ARIGA I, et al. Stability and destabilizing effects of coriolis force on two-dimensional laminar and turbulent boundary layers[J]. Journal of Engineering for Power, 1979, 101(1): 23-29.
- [6] JOHNSTON J P, HALLEEN R M, LEZIUS D K. Effect of spanwise rotation on the structure of two-dimensional fully developed turbulent channel flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1972, 56(3): 535-557.
- [7] DI SANTE A, THEUNISSEN R, VAN DEN BRAEM-BUSSCHE R A. A new facility for time-resolved PIV measurements in rotating channels[J]. Experiments in Fluids, 2008, 44(2): 179-188.
- [8] LIOU T M, CHEN C C. LDV study of developing flows through a smooth duct with 180-deg straight-corner turn[J]. Journal of Turbomachinery, 1999, 121(1): 167-174.
- [9] NAKABAYASHI K, KITO O. Low Reynolds number fully developed two-dimensional turbulent channel flow with system rotation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1996, 315(1): 1-29.
- [10] NICKELS T B, JOUBERT P N. The mean velocity profile of turbulent boundary layers with system rotation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2000, 408(1): 323-345.
- [11] WATMUFF J H, WITT T, JOUBERT P N. Developing turbulent boundary layers with system rotation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1985, 157(1): 405-448.
- [12] MACFARLANE I, JOUBERT P N. Effects of secondary flows on developing, turbulent, rotating boundary layers[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 1998, 17(1/2): 79-89.
- [13] MACFARLANE I, JOUBERT P N, NICKELS T B. Secondary flows and developing, turbulent boundary layers in a rotating duct[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, 373(1): 1-32.
- [14] NAKABAYASHI K, KITO O. Turbulence characteristics of two-dimensional channel flow with system rotation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2005, 528(1): 355-377.
- [15] LUEPTOW R M, BREUER K S, HARITONIDIS J H. Computer-aided calibration of X-probes using a look-up table[J]. Experiments in Fluids, 2004, 6(2): 115-118.
- [16] WEI K, TAO Z, DENG H W, et al. Interaction of secondary flow with developing, turbulent boundary layers in a rotating duct[R]. ASME Paper GT2015-42828, 2015.
- [17] KIM J, MOIN P, MOSER R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1987, 177(1): 133-166.
- [18] POPE S B. Turbulent flows[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000: 298-333.
- [19] 陈懋章. 粘性流体动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 282-286.
- [20] BRADSHAW P. Turbulence[M]. Berlin: Springer Verlag, 1978: 109-172.

(编辑: 陈 越)